

2) Factorisations

Quand on factorise, on transforme une somme de termes en produit de facteurs.
Pour factoriser, on dispose de plusieurs méthodes.

a) En reconnaissant un facteur commun à tous les termes de la somme

Exemples :

$$AB+CA \bullet \overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(3x-5)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} + \overbrace{(2x+1)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(x+2)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \overbrace{(x+2)}^{A} \left[\overbrace{(3x-5)}^{B} + \overbrace{(2x+1)}^{C} \right] = \overbrace{(x+2)}^{A} \overbrace{(5x-4)}^{B+C}$$

$$AB+A \bullet \overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(2x-3)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} + \overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} = \overbrace{(x+2)}^{A} \overbrace{(2x-3)}^{B} + \overbrace{(x+2)}^{A} \overbrace{1}^{1 \times A} = \overbrace{(x+2)}^{A} \left[\overbrace{(2x-3)}^{B} + \overbrace{1}^{1 \times A} \right] = \overbrace{(x+2)}^{A} \overbrace{(2x-2)}^{B+1}$$

$$\bullet x^2 + 6x = \overbrace{x^2}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} + \overbrace{6x}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \overbrace{x}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{x}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} + \overbrace{6}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{x}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \overbrace{x}^{A} \overbrace{(x+6)}^{B}$$

b) En reconnaissant l'utilisation d'une égalité remarquable

Exemples :

$$a^2 - b^2 \bullet 4x^2 - 25 = \overbrace{(2x)^2}^{(a-b)^2} - \overbrace{5^2}^{(a+b)^2} = \overbrace{(2x-5)}^{(a-b)} \overbrace{(2x+5)}^{(a+b)}$$

$$a^2 - b^2 \bullet \overbrace{(2x-3)^2}^{(a-b)^2} - \overbrace{(4x+2)^2}^{(a+b)^2} = \left[\overbrace{(2x-3)}^{a-b} + \overbrace{(4x+2)}^{a+b} \right] \left[\overbrace{(2x-3)}^{a-b} - \overbrace{(4x+2)}^{a+b} \right] = \overbrace{(2x-3+4x+2)}^{(a-b)} \overbrace{(2x-3-4x-2)}^{(a+b)} = \overbrace{(6x-1)}^{(a-b)} \overbrace{(-2x-5)}^{(a+b)}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \bullet x^2 + 14x + 49 = \overbrace{x^2}^{a^2} + \overbrace{2 \times x \times 7}^{2ab} + \overbrace{7^2}^{b^2} = \overbrace{(x+7)}^{(a+b)^2} = \overbrace{(x+7)}^{(a+b)} \overbrace{(x+7)}^{(a+b)}$$

IV) Equations produit

Théorème : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \text{ équivaut à } A = 0 \text{ ou } B = 0.$$

$$() () = 0$$

Exemples :

L'équation $(2x+1)(2x-4) = 0$ équivaut à : $2x+1 = 0$ ou $2x-4 = 0$
 $2x = -1$ ou $2x = 4$
 $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{4}{2} = 2$

L'équation a deux solutions : $-\frac{1}{2}$ et 2 .

• L'équation $4x^2 - 25 = 0$ se ramène à une équation produit après avoir factorisé le premier membre.

L'équation $4x^2 - 25 = 0$ équivaut à : $(2x)^2 - 5^2 = 0$; $(2x+5)(2x-5) = 0$ équation produit.

$$2x+5=0 \text{ ou } 2x-5=0$$

$$x = -\frac{5}{2} \text{ ou } x = \frac{5}{2}$$

L'équation a deux solutions : $-\frac{5}{2}$ et $\frac{5}{2}$.

• L'équation $x^2 - 4x = 0$ se ramène à une équation produit après avoir factorisé le premier membre.

L'équation $x^2 - 4x = 0$ équivaut à : $x(x-4) = 0$ Eq produit.

$$x \times x - 4 \times x = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

L'équation a deux solutions : 0 et 4 .