

I) Rappel essentiel

- Une équation pose une question. Exemple : l'équation $2(x+1) = 3x - 5$ pose la question « existe-t-il une valeur pour l'inconnue x telle que l'égalité entre $2(x+1)$ et $3x - 5$ soit vérifiée ? ».
- Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver tous les nombres qui vérifient l'égalité.

Remarque : Pour prouver qu'un nombre est solution, on doit obtenir l'égalité vérifiée lorsqu'on remplace l'inconnue par ce nombre.

Exemple : Dans l'équation $2(x+1) = 3x - 5$, le nombre 7 est solution, en effet

II) Equation et inéquations du premier degré

1) Equations du premier degré

Pour résoudre une équation du premier degré, on passe d'une équation à une équation équivalente (c'est-à-dire ayant les mêmes solutions) en utilisant les règles de la propriété suivante.

Propriété :

- règle E1 : on peut ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres d'une égalité ;
- règle E2 : on peut multiplier ou diviser par le même nombre les deux membres d'une égalité.

Remarque : L'utilisation de la règle E1 est parfois appelée « transposition ».

Exemples : • L'équation $2x - 3 = 0$ est équivalente aux équations suivantes :

.....	On ajoute pour éliminer -3 dans le premier membre.
.....	On réduit les calculs.
.....	On divise par pour obtenir la valeur de x .
.....	L'équation a une solution :

- L'équation $2x - 3 = \frac{3}{4}x + 4$ équivalente aux équations suivantes :

.....	On additionne pour éliminer -3 dans le premier membre.
.....	On additionne pour éliminer $\frac{3}{4}x$ dans le second membre.
.....	On réduit les calculs.
.....	On divise par (ou multiplie par) pour obtenir la valeur de x .
.....	L'équation a une solution :

2) Inéquations du premier degré

Pour résoudre une inéquation du premier degré, on passe d'une inéquation à une inéquation équivalente en utilisant les règles de la propriété suivante.

Propriété :

- règle I1 : on peut ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres d'une inégalité et l'inégalité ne change pas de sens ;
- règle I2 : on peut multiplier ou diviser par le même nombre positif les deux membres d'une inégalité et l'inégalité ne change pas de sens ;
- règle I3 : on peut multiplier ou diviser par le même nombre négatif les deux membres d'une inégalité et l'inégalité change de sens.

Exemple : L'inéquation $-2x + 3 \leq 0$ est équivalente aux inéquations suivantes :

..... On additionne pour éliminer 3 dans le premier membre, et l'inégalité de sens.

..... On réduit les calculs.

..... On divise par (ou multiplie par), et l'inégalité de sens.

..... Les solutions de l'inéquation sont les nombres de l'intervalle

III) Développements, factorisations

1) Développements

Quand on développe, on transforme un produit (de facteurs) en somme (de termes) en supprimant généralement des parenthèses.

Propriété : Règle de « distribution »

Pour tous nombres réels a, b et c : $a(b + c) = a \times (b + c) = a \times b + a \times c = ab + ac$.

Exemple : $2(x + 3)$ est un produit de deux facteurs et

On a : $2(x + 3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.

Propriété : Egalités (ou Identités) remarquables

Pour tous nombres réels a et b :

$$\left. \begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned} \right\} \text{développement d'un carré .}$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{différence de deux carrés.}$$

Exemples :

- $(x + 4)^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.
- $(3x - 1)^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.
- $(x - 3)(x + 3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.
- $(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.

2) Factorisations

Quand on factorise, on transforme une somme de termes en produit de facteurs.
Pour factoriser, on dispose de plusieurs méthodes.

a) En reconnaissant un facteur commun à tous les termes de la somme

Exemples :

- $\overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(3x-5)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} + \overbrace{(2x+1)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(x+2)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \underline{(x+2)} \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$.
- $(x+2)(2x-3) + x+2 = \overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{(2x-3)}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} + \overbrace{(x+2)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} \overbrace{1}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \underline{(x+2)} \overbrace{(2x-3+1)}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} = \underline{(x+2)} \dots\dots\dots$
 $= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$.
- $x^2 + 6x = \overbrace{x^2}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} + \overbrace{6x}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \overbrace{x \times x}^{1^{\text{er}} \text{ terme}} + \overbrace{6 \times x}^{2^{\text{ème}} \text{ terme}} = \underline{x} (\dots\dots\dots)$.

b) En reconnaissant l'utilisation d'une égalité remarquable

Exemples :

- $4x^2 - 25 = (\dots\dots\dots)^2 - (\dots\dots\dots)^2 = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$.
- $\underbrace{(2x-3)}_a^2 - \underbrace{(4x+2)}_b^2 = \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$.
- $x^2 + 14x + 49 = \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$.

IV) Equations produit

Théorème : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \text{ équivaut à } A = 0 \text{ ou } B = 0.$$

Exemples :

- L'équation $(2x+1)(2x-4) = 0$ équivaut à :

Equation produit

L'équation a deux solutions : et

- L'équation $4x^2 - 25 = 0$ se ramène à une équation produit après avoir factorisé le premier membre.

L'équation $4x^2 - 25 = 0$ équivaut à :

L'équation a deux solutions : et

- L'équation $x^2 - 4x = 0$ se ramène à une équation produit après avoir factorisé le premier membre.

L'équation $x^2 - 4x = 0$ équivaut à :

L'équation a deux solutions : et